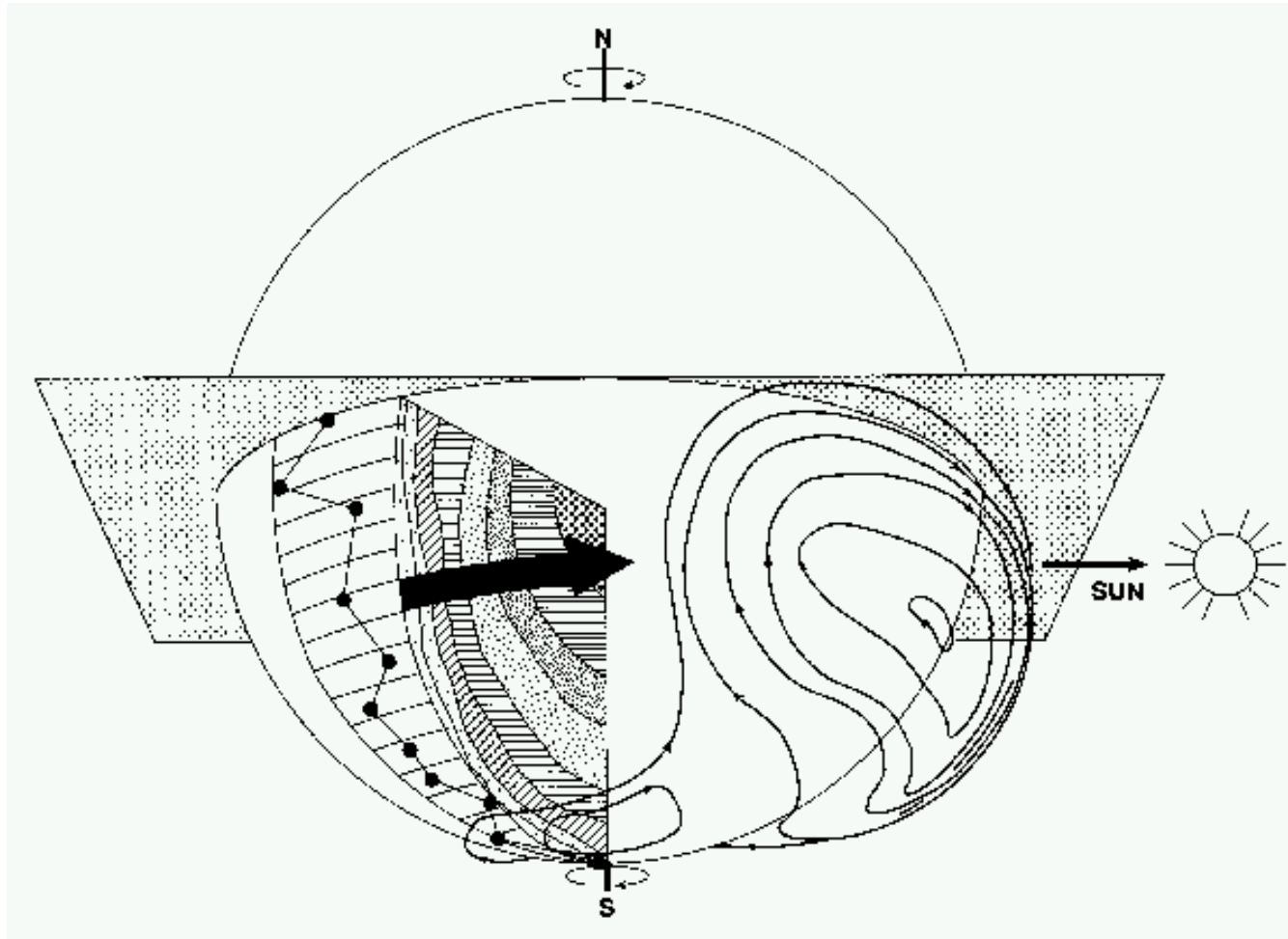


Die Ionosphäre - Elektrische Leitfähigkeit, Ströme



Wolfgang Suttrop, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Garching

Inhalt

1. Stoss-Prozesse:
 - Coulomb-Stösse
 - Inelastische Stösse
2. Kraftgleichung mit Stößen \rightarrow verallgemeinertes Ohm'sches Gesetz
3. Elektrische Leitfähigkeit $\parallel \vec{B}, \perp \vec{B}$
4. Ionosphäre: Höhenprofile, Stossfrequenzen
5. Die "Dynamo"-Schicht, Ströme
6. Besonderheiten ("*electrojets*") am Äquator und an den Polen

Coulomb-Stöße

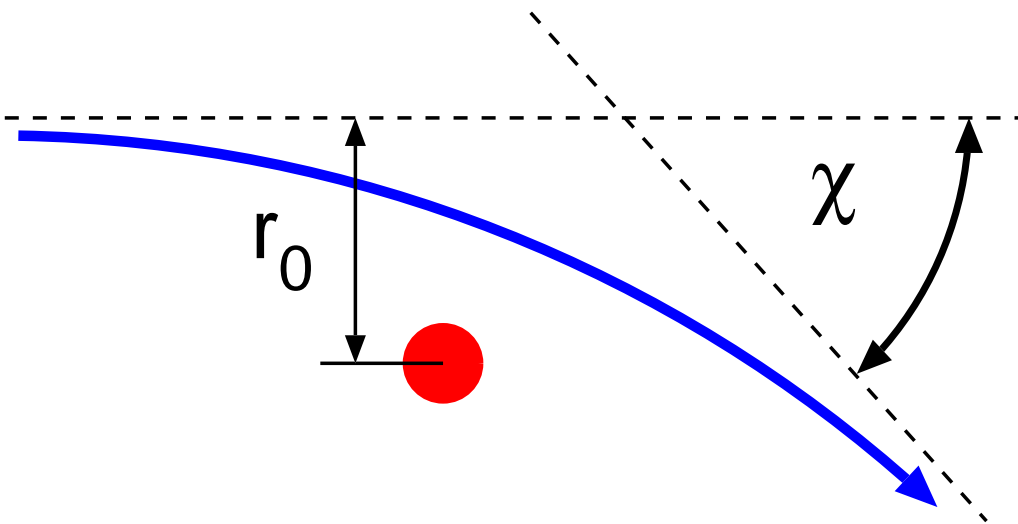
Streuung an Coulomb-Zentrum

$$F = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Wechselwirkungszeit: $T \approx r_0/v$

Impulsänderung:

$$\Delta(m_e v) = FT \approx \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0 v}$$



Für 90° -Stöße: $\Delta(mv) \approx mv \approx e^2/4\pi\epsilon_0 r_0 v$, $\Rightarrow r_0 = e^2/4\pi\epsilon_0 m_e v^2$

Wirkungsquerschnitt: $\sigma = \pi r_0^2 = e^4/16\pi\epsilon_0^2 m^2 v^4$

Stoßfrequenz (nur 90° -Stöße): $\nu = n\sigma v = ne^4/16\pi\epsilon_0^2 m^2 v^3$

Zur Ablenkung tragen aufeinanderfolgende Kleinwinkelstöße stark bei.

Effektive 90° -Stoßfrequenz höher um Faktor $\ln \Lambda$ (Coulomb-Logarithmus, mit $\Lambda = 12\pi n \lambda_D^3$)

Effektive Stoßfrequenz, $\nu^2 = k_B T_e / m_e$:

$$\nu_{ei} = \frac{ne^4 \pi m^{1/2}}{(4\pi\epsilon_0)^2 (k_B T_e)^{3/2}} \ln \Lambda$$

Atomare (inelastische) Streuprozesse

Stoßfrequenz (Wirkungsquerschnitt σ)

$$\nu = n_n \langle \sigma(v) v \rangle = \frac{n_n}{n} \int f(v) \sigma(v) v d^3 v$$

Bei Maxwell-Verteilung von v : Temperaturabhängigkeit $\nu(T)$

1. Ionisation:

$$S = n_e n_n \langle \sigma_{ion} v \rangle$$

Beispiel: Ionisationsrate für Wasserstoff durch Elektronen (Fitformel)

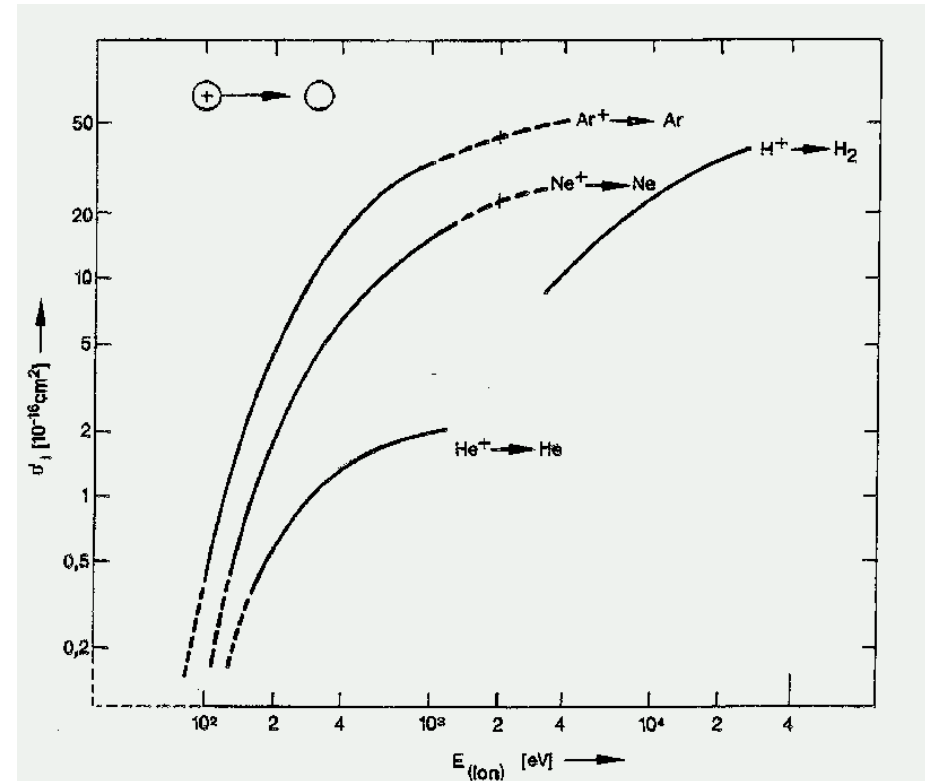
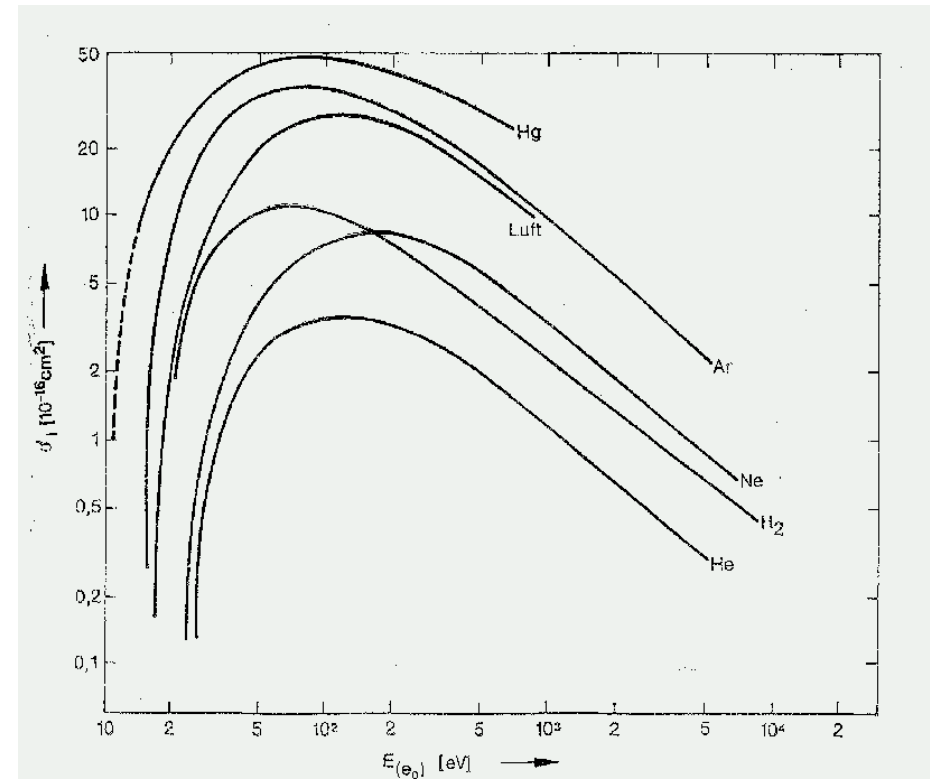
$$\langle \sigma_{ion} v_e \rangle = \frac{2 \times 10^{-13}}{6 + T_e(\text{eV})/13.6} \left(\frac{T_e(\text{eV})}{13.6} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{13.6}{T_e(\text{eV})} \right) \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

2. Anregung (und Emission) von Linienstrahlung

Ionisations-Streuquerschnitt

Ionisation durch Elektronenstoss

Ionisation durch Ionen des Muttergases

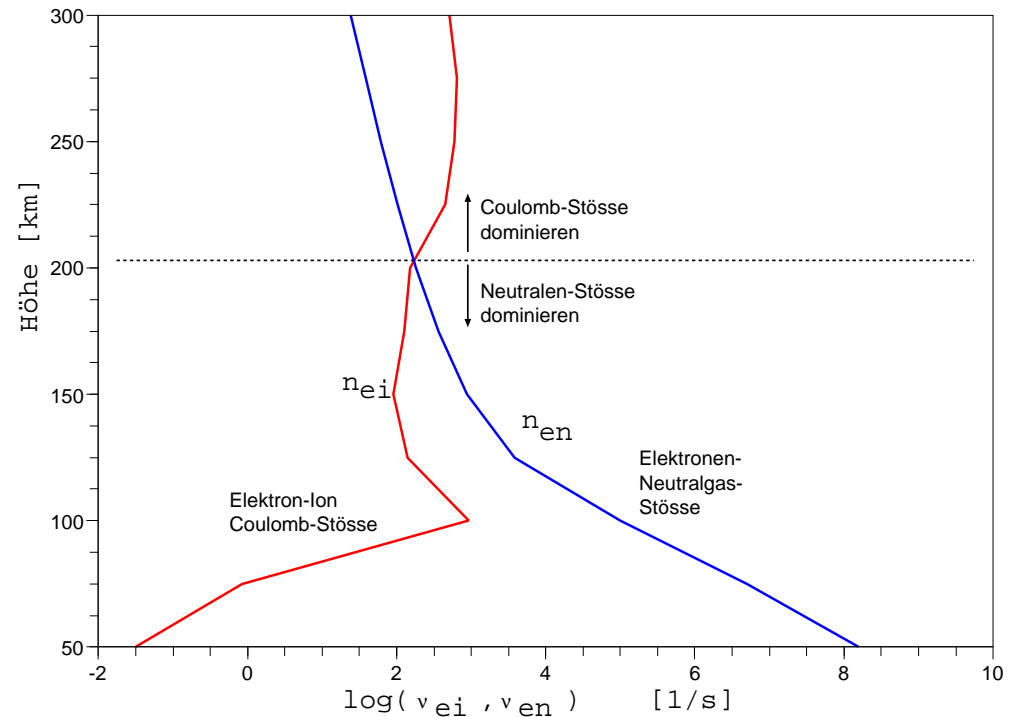
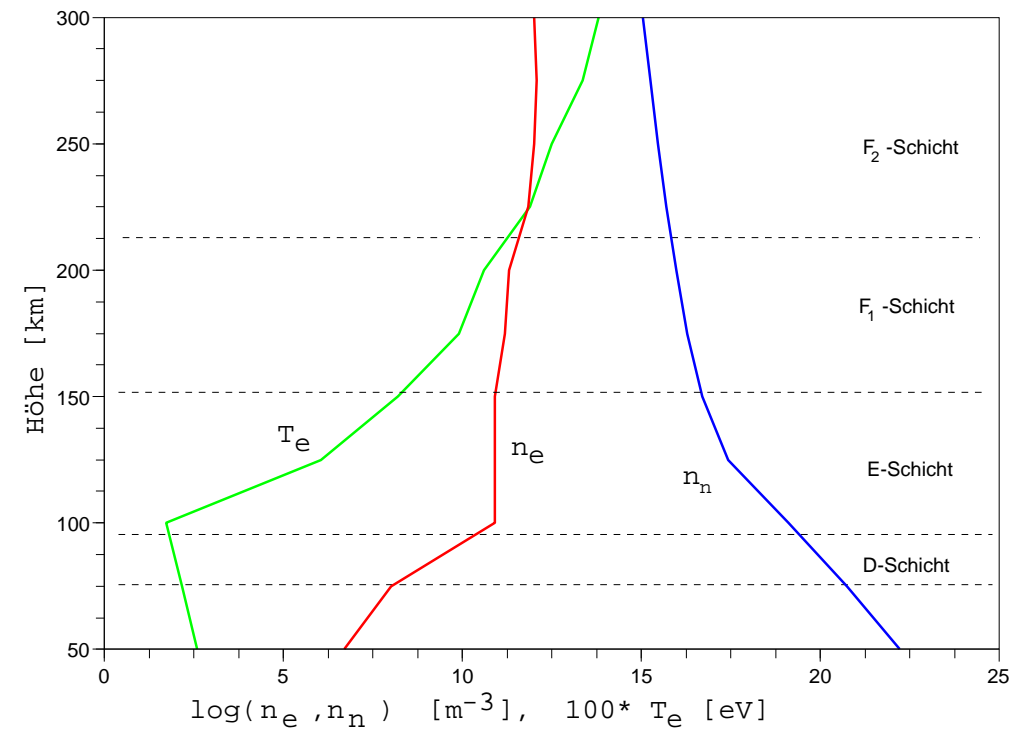


Stoßquerschnitte im Web: <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Ionization>

Vergleich: Stoßraten in der Ionosphäre

Angenommene Dichte- und
Temperatur- Höhenprofile ($T_n = 300$ K)

Stöße mit Neutralgas dominieren
(unter ≈ 200 km Höhe)

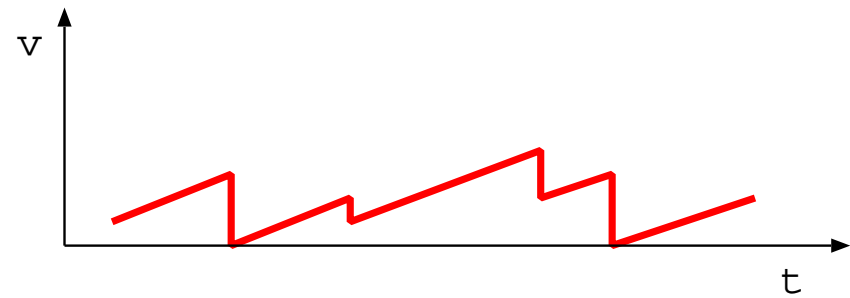


(Ionosphäre ist die Ausnahme - Coulomb-Stöße dominieren für die meisten astrophysikalischen Plasmen)

Neutralgasdichte-Modell: <http://modelweb.gsfc.nasa.gov/atmos/nrlmsise00.html>

Impulsübertrag durch Stöße (nach Drude)

Kraft auf ein geladenes Teilchen (Elektron, Ion) mit Stößen:



$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) - m\nu_c (\vec{v} - \vec{u})$$

\vec{u} : Geschwindigkeit des Hintergrunds

ν_c : Stossfrequenz (Impulsübertrag *im Zeitmittel*)

- vollständig ionisiertes Plasma: Coulomb-Stöße
- schwach ionisiertes Plasma (z.B. Ionosphäre):
Stöße mit Neutralteilchen

Ohm'sches Gesetz: $B = 0$, stationär, ruhende Ionen ($v_i = 0$), $u = 0$

$$\vec{j} = -en\vec{v}_e = \underbrace{\frac{e^2 n}{m_e \nu_c}}_{\equiv \sigma_0} \vec{E} = \sigma_0 \vec{E}$$

(Genauere Behandlung: MHD Flüssigkeitsbild \rightarrow später)

Verallgemeinertes Ohm'sches Gesetz

Stationäre Kraftgleichung für Elektronen mit $B \neq 0$:

$$-e \left(\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B} \right) - m_e \nu_c \vec{v}_e = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{j} = \sigma_0 \vec{E} - \frac{\sigma_0}{ne} \left(\vec{j} \times \vec{B} \right)$$

Darstellung in Komponenten ($\vec{B} \parallel \vec{z}$), Auflösen nach Stromdichte, $\omega_{ce} = eB/m_e$

$$j_x = \underbrace{\frac{v_c^2}{v_c^2 + \omega_{ce}^2} \sigma_0 E_x}_{\sigma_P} + \underbrace{\frac{\omega_{ce} v_c}{v_c^2 + \omega_{ce}^2} \sigma_0 E_y}_{-\sigma_H}, \quad j_y = \underbrace{\frac{v_c^2}{v_c^2 + \omega_{ce}^2} \sigma_0 E_y}_{\sigma_P} - \underbrace{\frac{\omega_{ce} v_c}{v_c^2 + \omega_{ce}^2} \sigma_0 E_x}_{\sigma_H}, \quad j_z = \sigma_0 E_z$$

Transversale Komponenten von σ :

σ_P : Pedersen-Leitfähigkeit

σ_H : Hall-Leitfähigkeit

Vektor-Form:

$$\vec{j} = \sigma_0 \vec{E}_{\parallel} + \sigma_P \vec{E}_{\perp} - \sigma_H \left(\vec{E}_{\perp} \times \vec{B} \right) / B$$

Gilt unabhängig von der Art der Stöße (Coulomb, inelastisch, ...)!

Pedersen- und Hall-Leitfähigkeit

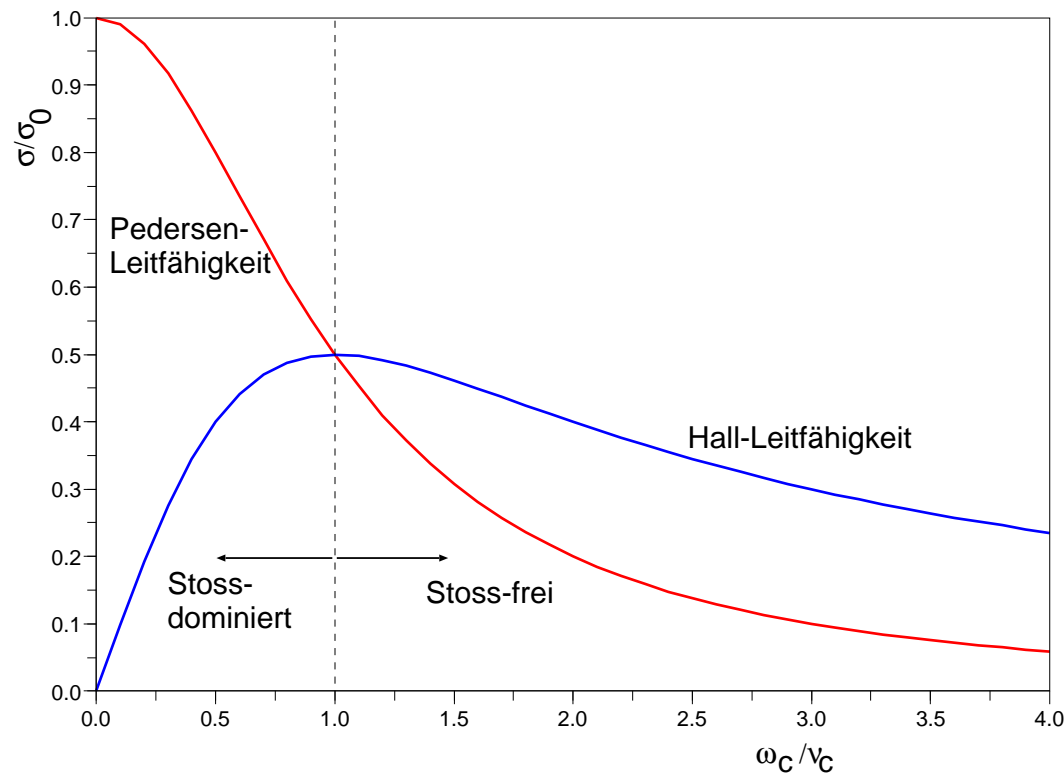
$$\sigma_P/\sigma_0 = \frac{1}{1 + (\omega_c/\nu_c)^2}, \text{ (Pedersen)}$$

$$\sigma_H/\sigma_0 = \frac{(\omega_c/\nu_c)}{1 + (\omega_c/\nu_c)^2}, \text{ (Hall)}$$

(σ_0 : “Birkeland”-Leitfähigkeit)

Grenzfälle:

- $\omega_c/\nu_c \ll 1$: Stoß-dominiert - isotrope Leitfähigkeit $\parallel, \perp \vec{E}$
- $\omega_c/\nu_c \gg 1$: Stoßfrei - $\vec{j} \parallel \vec{B}$
- $\omega_c/\nu_c = 1$: max. Hall-Strom



“Dynamo”-Schicht in der Ionosphäre

“Dynamo”-Schicht (75-125 km):

$$\omega_{c,i}/v_{in} < 1:$$

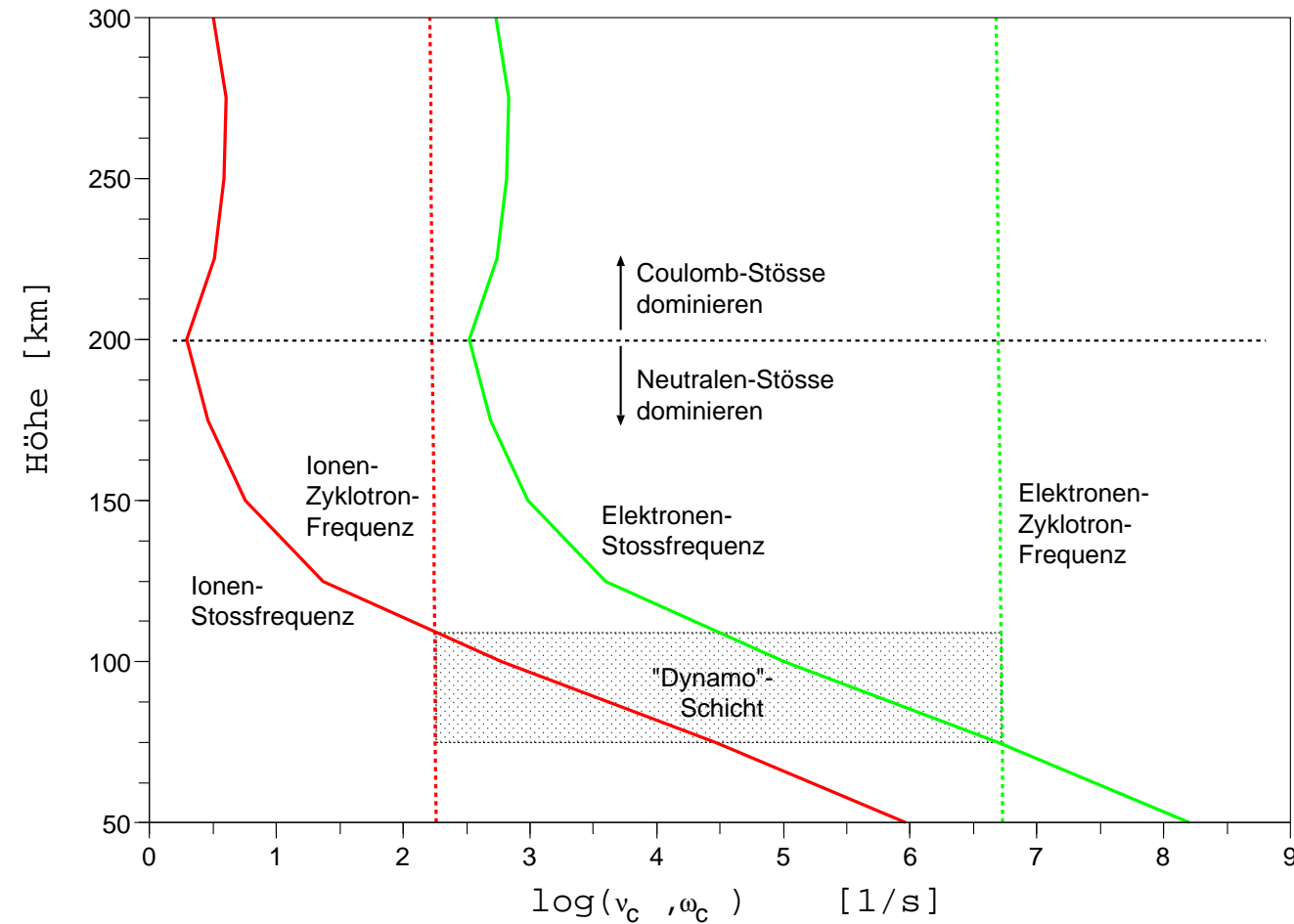
Ionen stoßbehaftet

$$\vec{j}_i \parallel \vec{E}$$

$$\omega_{c,e}/v_{en} > 1:$$

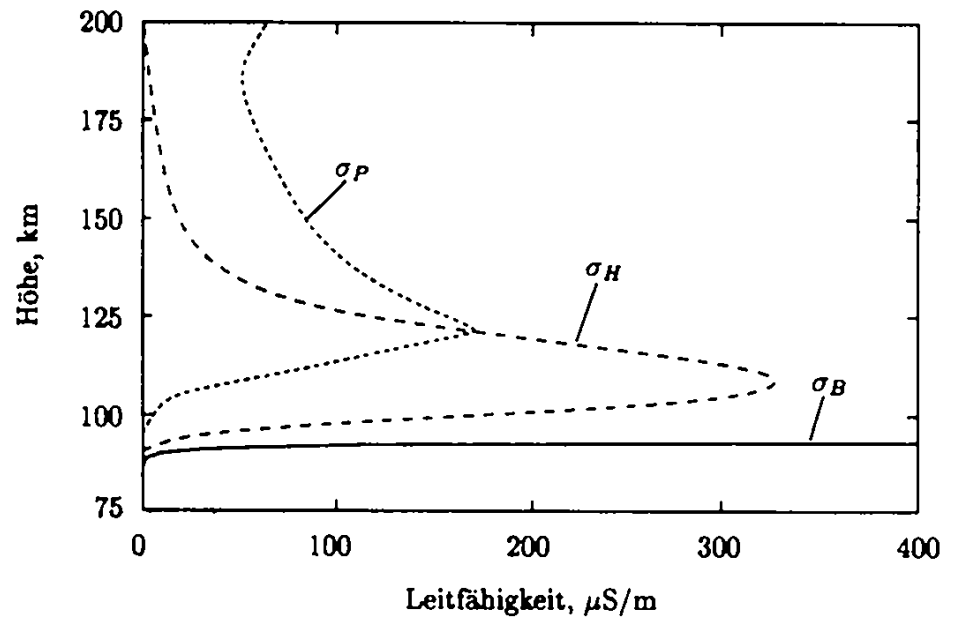
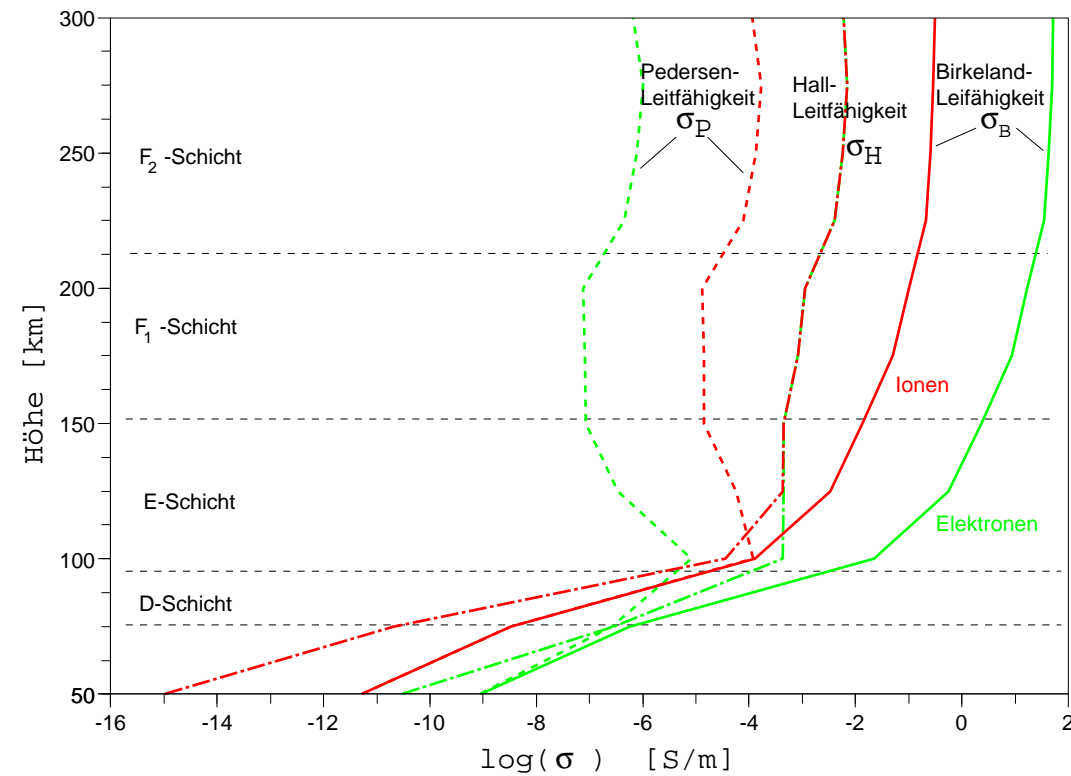
Elektronen “stoßfrei”

$$\vec{j}_e \parallel \vec{B}$$



Leitfähigkeitsprofil in der Ionosphäre

- (*Birkeland-*) Leitfähigkeit $\parallel \vec{B}$ dominiert überall, von Elektronen getragen $\rightarrow \vec{E}_{\parallel} \approx 0$
- Hohe (*Pedersen-*) Leitfähigkeit $\perp \vec{B}$, $\parallel \vec{E}$ wenn Ionen stossdominiert ($\approx 100 \dots 125$ km)
- (*Hall-*) Leitfähigkeit in dieser Schicht vorwiegend durch Elektronen

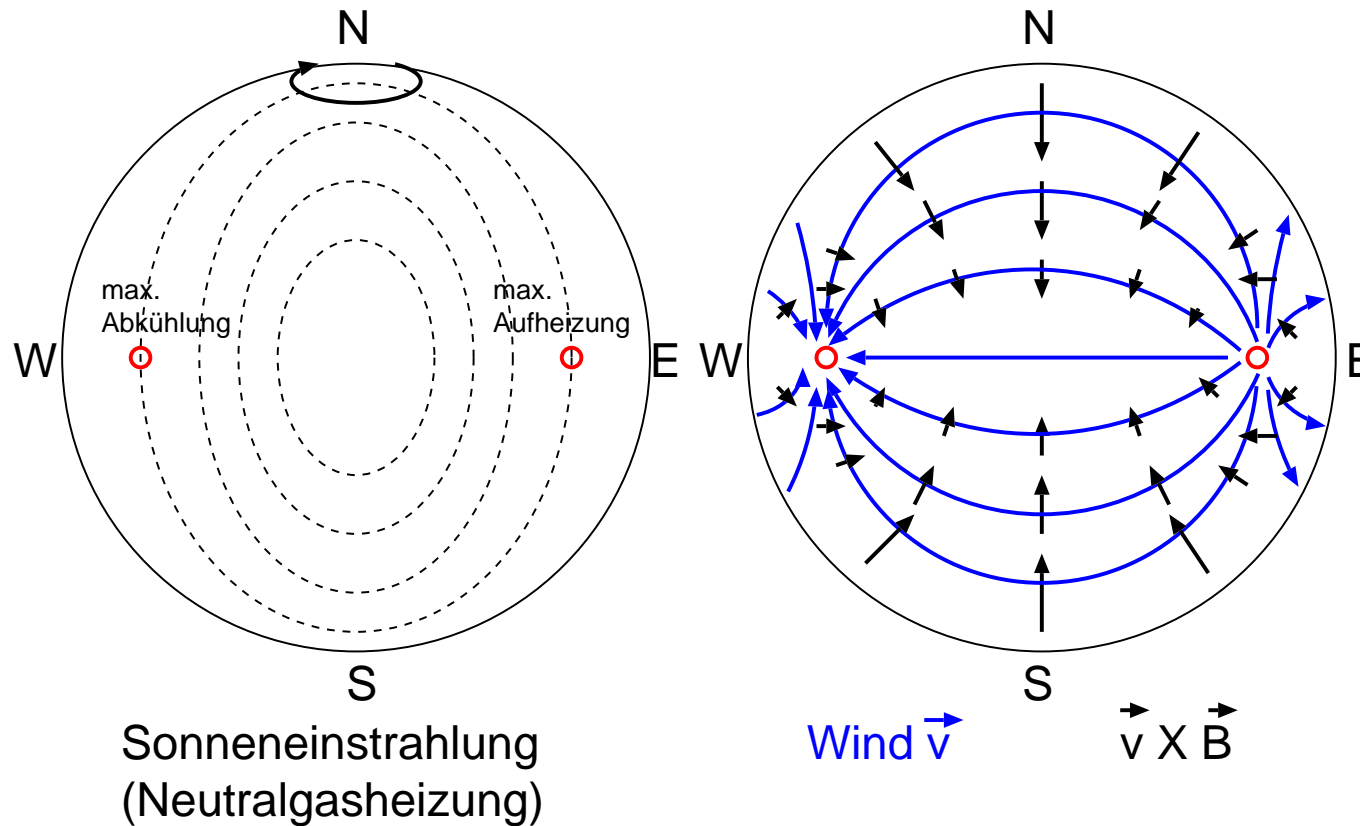


“Dynamo”-Effekt in der Ionosphäre

Ionen stoßbehaftet, driften (falls $E = 0$) mit Neutralgas.

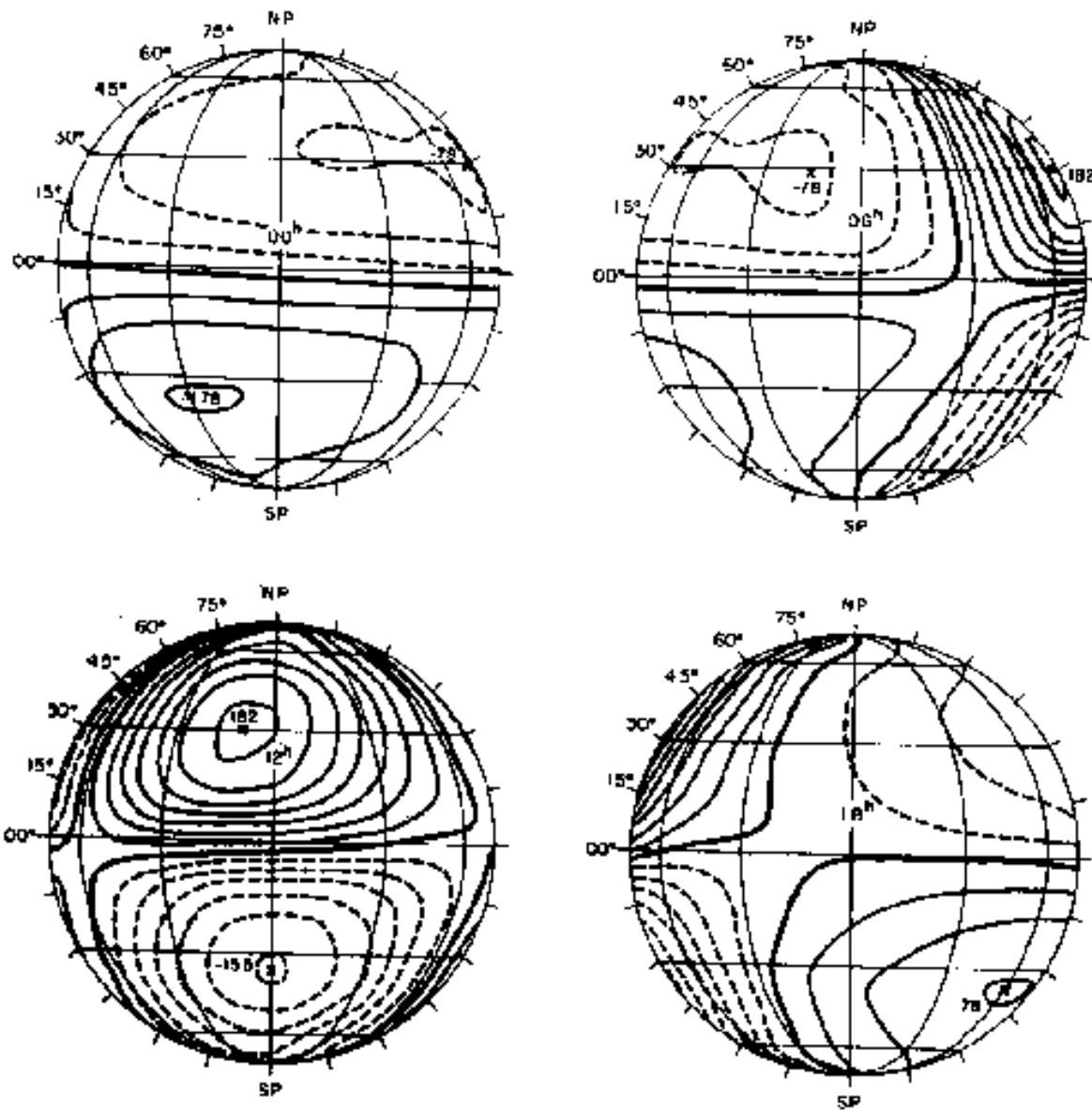
$$\vec{j} = \bar{\sigma} \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \approx \bar{\sigma} \cdot (\vec{E} + \vec{v}_n \times \vec{B})$$

Wind durch Sonneneinstrahlung (Gasexpansion) erzeugt $\vec{v} \times \vec{B}_z$ (Elektromotorische Kraft).



Endliche Leitfähigkeit $\perp \vec{B} \Rightarrow \vec{E}$ -Feld in West-Ost-Richtung.

Solar Quiet- Ströme



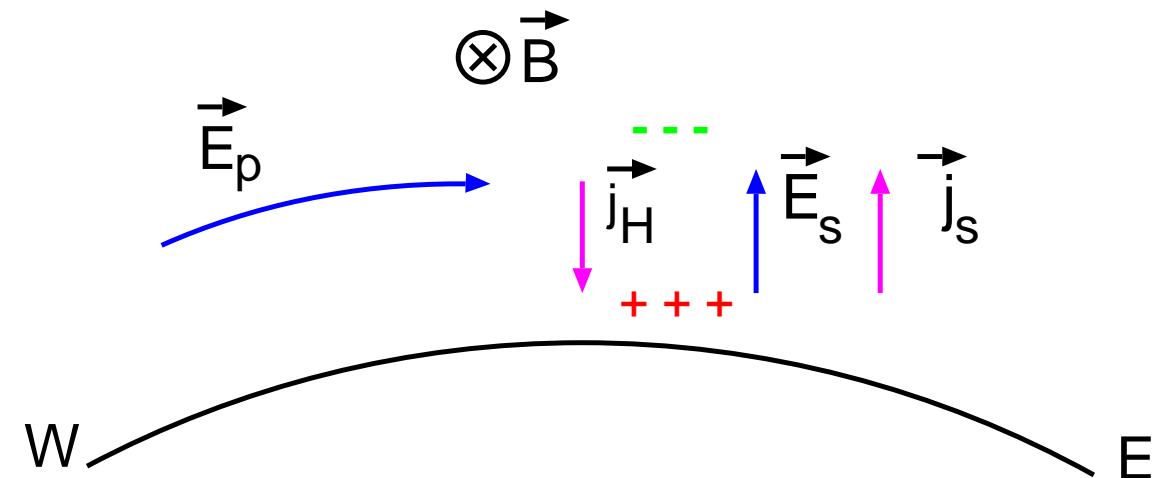
Besonderheiten des Sq -Stromsystems

- Sonnenbestrahlung \rightarrow Periodendauer 1 Tag.
Winde durch Tiden (Mond, Sonne) erzeugen Ströme mit Periode 1/2 Tag.
- Besonderheiten am Äquator und an den Polen:
 - **Äquator:** \vec{B} horizontal:
Hall-Ströme vertikal \rightarrow äquatorialer “Elektrojet”
 - **Pole:** \vec{B} -Feldlinienverbindung mit Magnetospäre
 \rightarrow Ionisation durch Teilchen aus Sonnenwind
hohe Leitfähigkeit (auch) bei Nacht

Der *equatorial electrojet*

Äquator: $\vec{j} \perp \vec{B}$, und \vec{B} horizontal \rightarrow West-Ost-Strom $j_p = \sigma_p E_p$ (Dynamo).

Tatsächliche Leitfähigkeit ist deutlich erhöht durch senkrechtes \vec{E} -Feld!



Hall-Strom:

$$j_H = \sigma_H E_p + \sigma_p E_s$$

$$\Rightarrow E_s = -\frac{\sigma_H}{\sigma_p} E_p$$

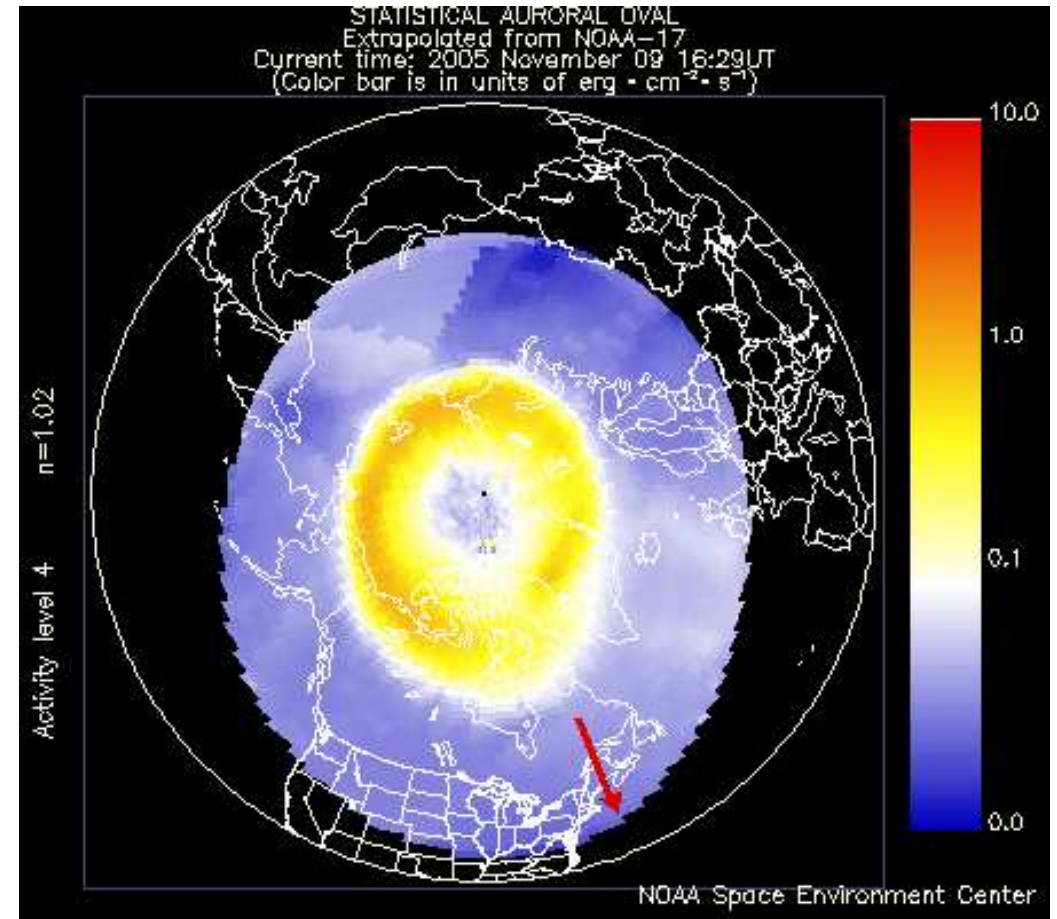
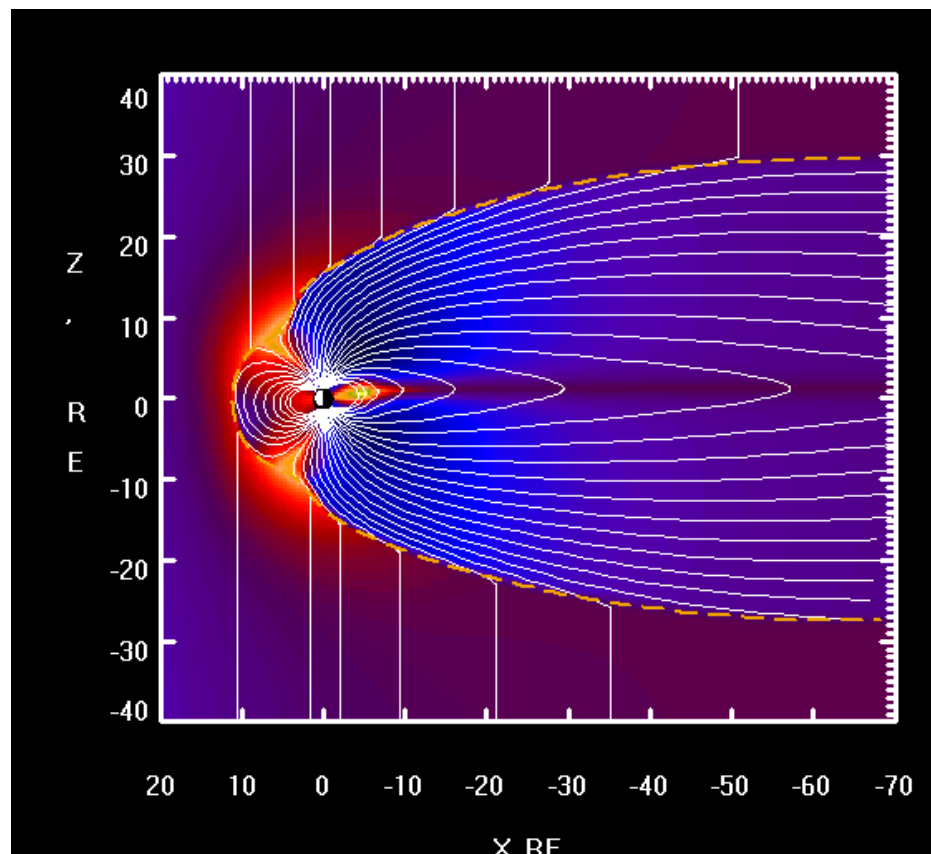
West-Ost-Strom:

$$j_p = \sigma_p E_p + \sigma_H E_s = \underbrace{\left(\sigma_p + \frac{\sigma_H^2}{\sigma_p} \right)}_{\equiv \sigma_C} E_p$$

σ_c : "Cowling"-Leitfähigkeit - hoch um Maximum von σ_H

Polregion, *Auroral oval*

Feldlinien in *Auroral oval* sind mit der Magnetopause verbunden und tragen Sonnenwind-Teilchen in die Ionosphäre.



$$1 \text{ erg/s/cm}^2 \cong 10^{-7} \text{ W/cm}^2 \cong 1 \text{ mW/m}^2$$

Quelle: <http://www.sec.noaa.gov/pmap/pmapN.html>

Polarlicht (*Aurora borealis*)



Anregung von neutralen Atomen durch Stösse mit Elektronen aus der Magnetosphäre.

Linienstrahlung:

O: 557.7 nm

(grün, 100-200 km)

630.0 nm (rot)

*N*₂: 391.4, 427.0, 470.0 nm

IR (*O*₂) und UV (*N*₂, *O*)

Abbildung: <http://www.geo.mtu.edu/weather/aurora/images/aurora/jan.curtis>

\vec{E} -Feld durch Plasmaströmung

Lorentz-Transformation (vgl. z.B. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, ch. 11.10)

\vec{E}, \vec{B} (ruhendes Koo-System) $\rightarrow \vec{E}', \vec{B}'$ (bewegtes Koo-System), cgs-System, $\vec{\beta} = \vec{v}/c$:

$$\vec{E}' = \gamma \left(\vec{E} + \vec{\beta} \times \vec{B} \right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1} \vec{\beta} \left(\vec{\beta} \cdot \vec{E} \right), \quad \vec{B}' = \gamma \left(\vec{B} - \vec{\beta} \times \vec{E} \right) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1} \vec{\beta} \left(\vec{\beta} \cdot \vec{B} \right)$$

(Im SI-System: $\vec{E} \rightarrow \vec{E}/c$)

Transformation vom bewegten zum ruhenden System: $\vec{\beta} \rightarrow -\vec{\beta}$

Betrachte: Plasma (und magnetischer Fluss) strömen mit \vec{v}

Sei $\vec{E}' = 0$ (im mitbewegten System)

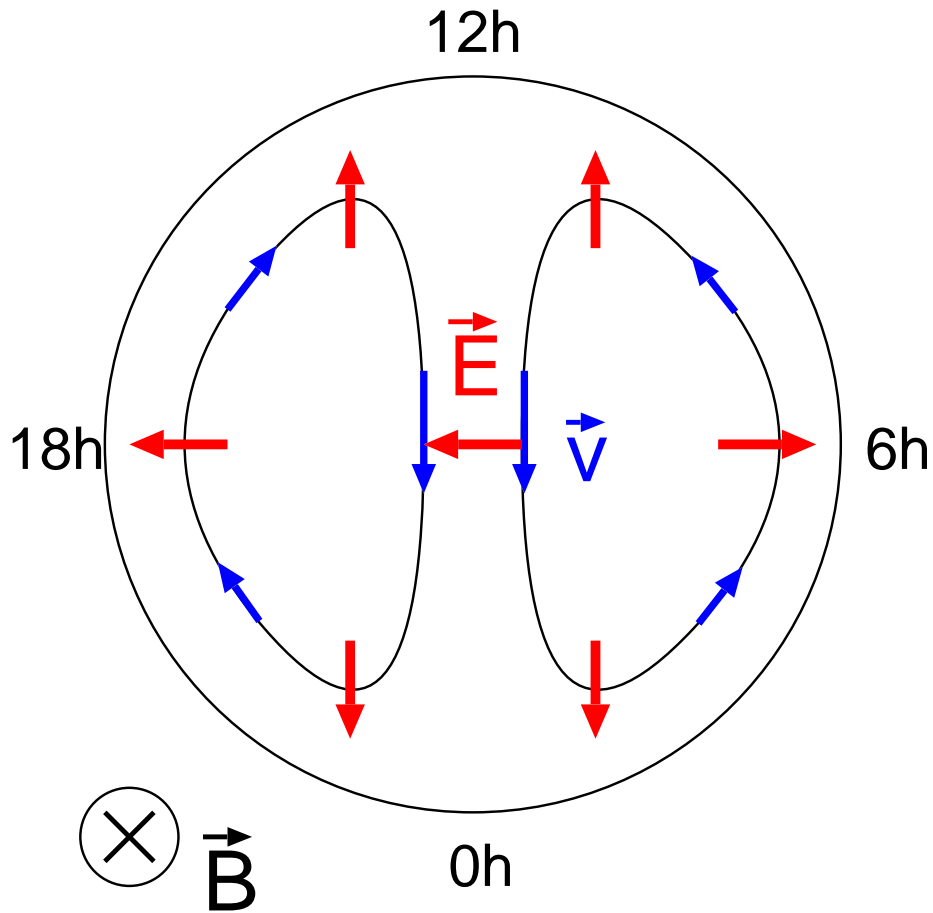
und $v \ll c$: $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 + \dots \approx 1$

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}' \approx -\vec{v} \times \vec{B}$$

“Konvektives” \vec{E} -Feld

Konvektion und \vec{E} -Feld in der Polregion

Ansicht auf Nordpol:



Sonnenwind strömt auf die Erde zu
und trägt magnetischen Fluss.

\Rightarrow Konvektion des \vec{B} -Feldes

Erdfestes Koo-System:

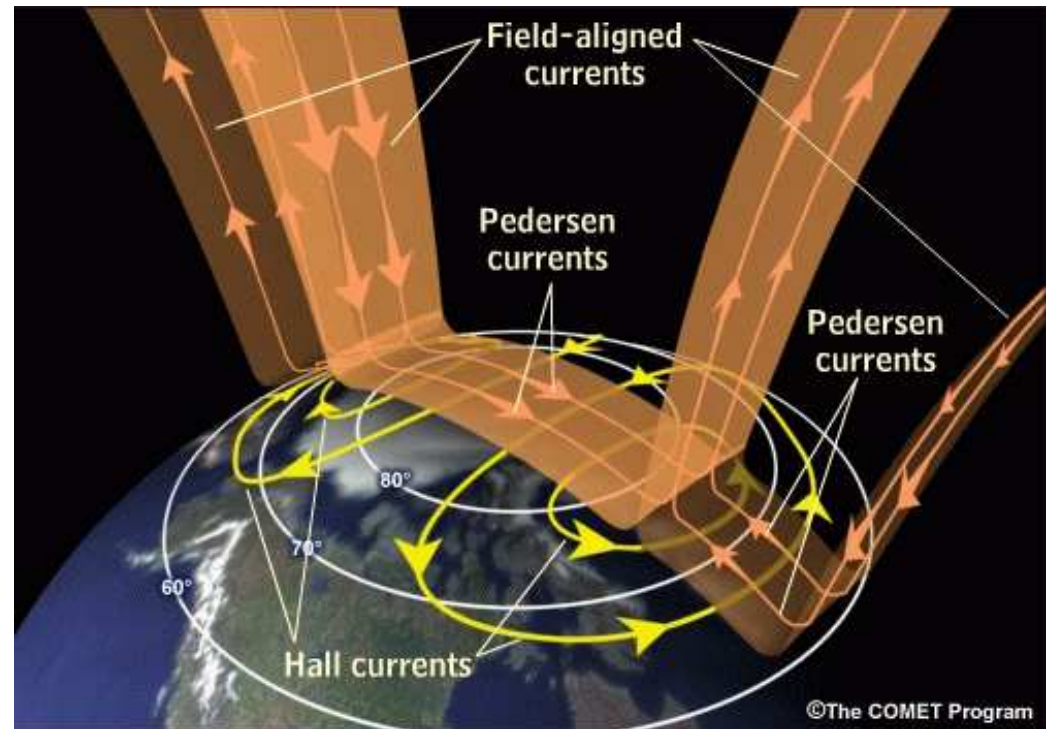
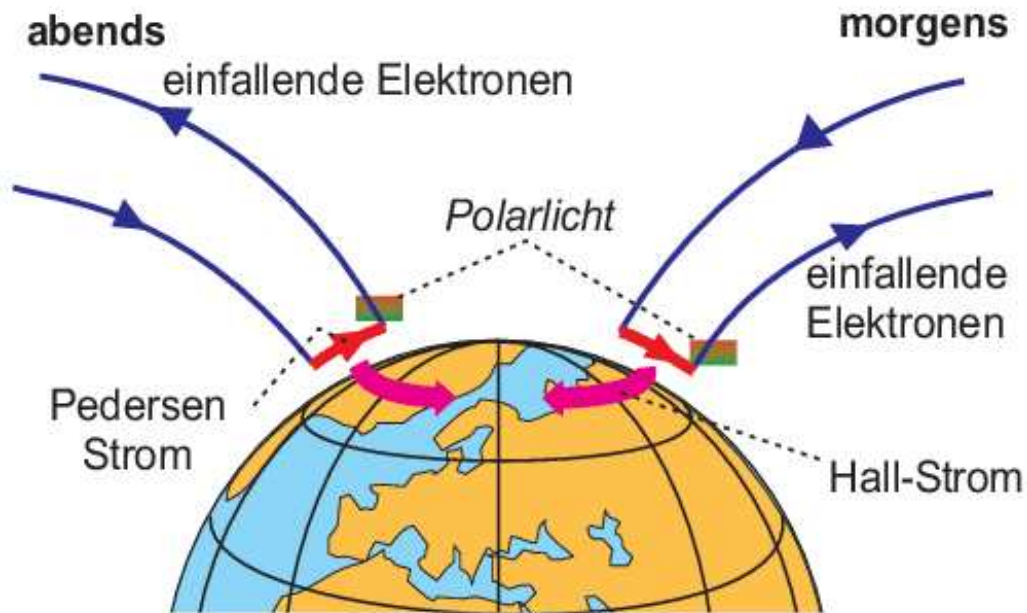
$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

\Rightarrow Ströme senkrecht zu \vec{B} !

(bei endlicher Pedersen bzw. Hall-Leitfähigkeit)

Elektrische Ströme in der Polregion

- *Pedersen*-Strom $\parallel E$, zwischen magnetosphärischen Feldlinien
- *Hall*-Ringstrom, schliesst sich in der polaren Ionosphäre



Quelle: MPI f. Aeronomie, Lindau

<http://www.linmpi.mpg.de/publikationen>

<http://deved.meted.ucar.edu/hao/aurora>

Zusammenfassung - elektrische Leitfähigkeit

- Die elektrische Leitfähigkeit wird durch Stöße der Ladungsträger bestimmt.
- Wichtige Stossprozesse sind:
 1. Coulomb-Stöße, vorwiegend an Teilchen mit umgekehrtem Ladungsvorzeichen,
 2. Ionisation und Anregung von neutralen Atomen.
- In der Ionosphäre dominieren Stöße mit Neutralteilchen unterhalb ca. 200 km Höhe (hohe Neutralgasdichte), darüber Coulomb-Stöße.
- Mit $\vec{B} \neq 0$ unterscheidet man Leitfähigkeit $\parallel \vec{B}$ (Birkeland-L.), $\perp \vec{B}, \parallel \vec{E}$ (Pedersen-L.) und $\perp \vec{B}, \perp \vec{E}$ (Hall-L.).
- Der Beitrag der Leitfähigkeitskomponenten $\perp \vec{B}$ hängt entscheidend vom Verhältnis Stossfrequenz / Gyrofrequenz ν_c / ω_c ab:
 - Die Pedersen-L. ist maximal, wenn Ladungsträger stossdominiert ($\nu_c / \omega_c \rightarrow \infty$),
 - Die Hall-L. ist maximal für $\nu_c / \omega_c = 1$.

Zusammenfassung - ionosphärische Ströme

- Maximale Pedersen- (Ionen) und Hall-Leitfähigkeit (Ionen und Elektronen) tritt in der Ionosphäre in der “Dynamo-Schicht” (ca. 75-125 km) auf.
- Winde (durch Sonnenaufheizung, Tiden) bewegen Ionen relativ zum Erdmagnetfeld und induzieren eine elektromotorische Kraft (“Dynamo”, in Äquatornähe in West-Ost-Richtung).
- Aufgrund endlicher Pedersen- und Hall- Leitfähigkeiten entsteht ein ringförmiges Stromsystem: *Solar quiet- (Sq-) Strom*.
- Vertikale Hall-Ströme am Äquator bewirken eine effektive Erhöhung der Leitfähigkeit: *equatorial electrojet*
- In einem ringförmigen Gebiet um die Polkappen (*auroral oval*) ist die Ionosphäre entlang magn. Feldlinien mit der Magnetopause auf der Sonnenseite verbunden. Von dort eingetragene Ladungsträger erhöhen die elektrische Leitfähigkeit, speziell auf der Nachtseite.
- Die Konvektion des mit dem Sonnenwind getragenen Magnetfelds nahe der Pole induziert eine elektromotorische Kraft (\vec{E} -Feld). Zwischen Feldlinien verschiedener Breite fließen Pedersen-Ströme, ein ringförmig in sich geschlossenes Stromsystem entsteht durch den Hall-Effekt (*auroral electrojet*).